

## Програма курсу «Класична механіка»

### РІВНЯННЯ РУХУ В ФОРМІ НЬЮТОНА ТА ЛАГРАНЖА. МЕХАНІЧНІ ЗАКОНИ ЗБЕРЕЖЕННЯ.

1. Історичний огляд початкового етапу розвитку механіки. Основні принципи класичної механіки. Властивості простору та часу. Перші формулювання механічних законів. Механіка як емпірична наука. Закони Кеплера небесної механіки. Принцип відносності Галілея. Інерціальні системи відліку. Перетворення Галілея.

2. Ньютон і Гук. Закон всесвітнього тяжіння. Принцип детермінізму і початкові умови. Закони Ньютона і рівняння руху матеріальної точки в формі Ньютона. Поняття матеріальної точки, швидкості, прискорення, сили та енергії. Розв'язки рівнянь Ньютона і закони Кеплера.

3. Лагранжев підхід до аналітичної механіки. Узагальнені координати. Механічні системи з зв'язками. Основи варіаційного обчислення Ейлера. Принцип найменшої дії Гамільтона. Механічна дія і функція Лагранжа. Рівняння Лагранжа та властивості функції Лагранжа.

4. Функція Лагранжа матеріальної точки в декартових, циліндричних, сферичних координатах. Кінетична та потенціальна енергії. Приклади потенційних полів: однорідне, центрально - симетричне та кулонівське поля. Функція Лагранжа системи матеріальних точок. Функція Лагранжа матичного маятника та маятника з коливною точкою почепу.

5. Закони збереження. Однорідність часу і закон збереження енергії. Однорідність простору і закон збереження імпульсу. Ізотропія простору і закон збереження кутового моменту. Центр інерції системи матеріальних точок. Приховані симетрії. Масштабна симетрія і механічне подібність. Віріал Клаузіуса та віріальна теорема. Теорема Емі Нетер.

### ОДНОВИМІРНА ДИНАМІКА. ПРОБЛЕМА ДВОХ ТІЛ: ЗАДАЧА КЕПЛЕРА І РОЗСІЯННЯ ЧАСТИНОК. РУХ ТВЕРДОГО ТІЛА.

6. Динаміка систем з одним ступенем свободи. Якісний аналіз динаміки на фазовій площині. Особливі точки на фазовій площині: центр, сідло, стійкий та нестійкий фокуси, стійкий та нестійкий вузол. Сепаратричні розв'язки. Залежність енергії коливання від енергії. Обернена задача: знаходження потенційної енергії по периметру коливання осцилятора.

7. Динаміка системи з двома ступенями свободи. Рух у центральному полі. Приведена маса. Зведення проблеми до одновимірного руху. Задача знаходження траєкторії руху і повний розв'язок проблеми.

8. Аналіз проблеми двох тіл на фазовій площині. Замкнуті та незамкнуті траєкторії руху. Перетин Пуанкаре. Інваріантні тори. Резонансні тори. Рух в квадратичному потенціалі та потенціалі Куплера.

9. Траєкторії руху в потенціалі Кеплера: фінітний рух, інфінітні траєкторії. Розсіяння частинки у відштовкувальному потенціалі. Залежність від часу руху тіла в потенціалі Кеплера і електростатичному потенціалі.

10. Розсіювання частинок в системі відліку, пов'язаній з центром інерції. Ефективний переріз розсіювання. Розсіювання на твердій кулі. Формула Резерфорда. Розсіювання під малими кутами.

11. Зіткнення частинок. Пружні зіткнення частинок. Розсіяння однакових частинок. Перерахування формул ефективного перерізу розсіювання з системи центра інерції до лабораторної системи відліку. Перерахунок формули Резерфорда.

12. Рух твердого тіла. Узагальнені координати: декартові та кутові. Швидкість поступового руху та обертальна швидкість. Кінетична енергія твердого тіла та тензор інерції. Кульовий вовчок, симетричний вовчок, асиметричний вовчок.

13. Момент імпульсу твердого тіла. Вільне обертання симетричного вовчка
14. Рівняння руху твердого тіла в лабораторній системі відліку і системі, що пов'язана з твердим тілом. Кути Ейлера та рівняння Ейлера. Перехід від розв'язків в системі, що пов'язана з твердим тілом до лабораторної системи відліку.
15. Якісний аналіз вільного руху асиметричного вовчка. Точний розв'язок проблеми вільного руху асиметричного вовчка. Еліптичні функції Якобі і їх властивості.
16. Рух в неінерційних сисх відліку. Відцентрована сила та сила Коріоліса. Задача Ньютона про вільне падіння тіла в полі тяжіння Землі.

### **МАЛІ КОЛИВАННЯ. ЛІНІЙНІ ТА АНГАРМОНІЧНІ КОЛИВАННЯ.**

17. Коливання лінійного осцилятора. Лінійні обертання ротатора. Урахування дисипації. Лінійні коливання з слабким загасанням. Лінійні коливання з сильним загасанням. Дисипативна функція.
18. Вимушені лінійні коливання. Адитивний та мультиплікативний вплив на лінійну систему. Приклад адиабатичної зовнішньої сили. Лінійний прямий резонанс. Резонансний вплив на динаміку магнітного моменту. Вплив загасання на лінійний резонанс.
19. Лінійний параметричний резонанс: загальне розглядання. Параметричний резонанс в резонансному наближенні. Параметричний резонанс на прикладі лінійного ротатора. Вплив загасання на явище лінійного параметричного резонансу.
20. Коливання систем з багатьма ступенями свободи. Нормальні моді коливань. Коливання двох зв'язаних лінійних осциляторів. Явище внутрішнього резонансу. Коливання чотирьох зв'язаних осциляторів. Вільні та періодичні граничні умови. Коливання ланцюжку лінійних осциляторів. Спектр лінійних коливань.
21. Коливання нелінійного осцилятора. Якісний підхід до нелінійних коливань. Залежність частоти коливань від їх енергії і субгармоніки коливань. Нелінійні коливання в резонансному наближенні. Нелінійні обертання ротатора і магнітного моменту.
22. Вплив загасання на коливання нелінійного осцилятора. Осцилятор Ван-дер-Поля і явище граничного циклу: якісний підхід та розглядання в межах ефективної моделі.
23. Резонанс в нелінійних сисх. Квадратична та кубічна не лінійності. Резонансне наближення. Явище динамічного хаосу. Нелінійний резонанс при резонансному впливі на магнітний момент. Врахування загасання на явище нелінійного резонансу.
24. Нелінійний параметричний резонанс. Параметричний вплив на ангармонічний осцилятор (резонансне наближення). Нелінійний параметричний резонанс на прикладі динаміки магнітного моменту. Вплив загасання на явище нелінійного параметричного резонансу.
25. Проблема розподілу багатомасштабних часових рухів. Рух в швидко осцилюючому полі. Задача про маятник Капиці.
26. Нелінійна динаміка в системі з кількома ступенями свободи. Два зв'язані ангармонічні осцилятори. Біфуркація розв'язків. Сис двох зв'язаних ангармонічних ротаторів. Хаос в динамічних сисх.

### **КАНОНІЧНІ РІВНЯННЯ МЕХАНІКИ**

27. Перетворення Лежандра. Функція Гамільтона. Рівняння Гамільтона. Вивід рівнянь Гамільтона з варіаційного принципу. Функція Рауса.
28. Дужки Пуассона: основні властивості; тотожність Якобі; приклади складення дужок  $\{p_i, p_k\}$ ,  $\{q_i, q_k\}$ ,  $\{M_i, M_k\}$  тощо. Дужки Пуассона та інтеграли рівнянь руху.
29. Дія як функція координат. Рівняння руху в термінах дії. Скорочена дія і принцип Мопертюї.

30. Канонічні перетворення. Твірна функція і канонічні перетворення. Приклади канонічних перетворень. Поведінка дужок Пуассона при канонічних перетвореннях. Функція дії як твірна функція канонічних перетворень. Теорема Ліувіля та динаміка фазового простору в гамільтонових та негамільтонових сисх.

31. Рівняння Гамільтона-Якобі та його роль в механіці. Приклади складання та інтегрування рівняння Гамільтона-Якобі: рух частинки в сталому та однорідному полі, просторовий осцилятор, рух частинки в кулоновому полі. Нескінченно малі канонічні перетворення.

32. Зв'язок інтегралів руху із властивостями симетрії функції Гамільтона. Метод розділення змінних в рівнянні Гамільтона-Якобі. Розділення змінних в декартових, циліндричних та сферичних координатах.

33. Адіабатичні інваріанти. Зв'язок з квантовою механікою. Канонічні змінні.

## Рекомендована література

### Основна література

- 1.L. D. Landau, E. M. Lifshitz, Mechanics, Butterworth-Heinenann Linacre House, Jordan Hill, Oxford OX2 8DP A division of Reed Educational and Professional Publishing Ltd – 1976. – 160p.
- 2.Goldstein H. Classical mechanics / H. Goldstein, Poole C., Safko J. Addison Wesley, 2002. – 638 p.
- 3.Arnold V.I. Mathematical methods of Classical mechanics / V.I. Arnold. Springer-Verlag, 1989. – 516 p.
- 4.Sommerfeld A. Mechanics. Lectures on Theoretical Physics, V.1 / A.Sommerfeld. Academic Press Inc. Publishers, 1952. – 289 p.
- 5.Федорченко А.М. Теоретична фізика. У 2-х томах. Том 1. Класична механіка і електродинаміка / А.М.Федорченко. – К. : Вища школа, 1992, – 535с.
- 6.Єжов С.М., Макарець М.В., Романенко О.В. Класична механіка: Підручник для студентів фізичних спеціальностей університетів. – К.: фізичний факультет, 2007. – 399 с.
7. Kotkin G.L., Serbo V.G. Collection of problems in classical mechanics. International Series of Modern Natural Philosophy.– V.31. – Pergamon Press, 1971 – 270 p.

### Допоміжна література

- 1.Класична динаміка у ньютонівському та лагранжевому формалізмі: навч.-метод. посіб. / О. В. Єзерська, О. С. Ковальов, З. О. Майзеліс, Т. С. Чебанова. – Харків, ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2019. – 148 с.
- 2.Малі коливання. І. Лінійні коливання : навч.-метод. посіб. / [О. С. Ковальов, О. В. Єзерська, З. О. Майзеліс, Т. С. Чебанова]. – Х. : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2016. – 112 с.